

# TD 4 d'Algorithmique

Mercredi 20 octobre 2004

## 1 Tri tas

### 1.1 Un arbre dans un tableau

1. Écrivez la numérotation d'un arbre binaire dans l'ordre du parcours en largeur sur un exemple : la racine est numérotée 0, son fils gauche 1, son fils droit 1 et ainsi de suite.
2. Écrivez les fonctions `fgauche` et `fdroit` qui prennent en argument l'indice d'un noeud et retournent l'indice de son fils gauche et droit, respectivement. Écrivez de même la fonction `papa`.
3. Cette numérotation des noeuds permet de stocker un arbre dans un tableau. Peut-on stocker tous les arbres dans un tableau de cette manière ? Quelle propriété doivent avoir les arbres à stocker si l'on ne s'autorise pas de case vide dans le tableau ?

### 1.2 Un tas

Un tas est un arbre binaire où la valeur stockée dans un noeud est plus grande que celles stockées dans ses fils, et cette propriété est vérifiée à chaque noeud.

1. On suppose que notre tas est stocké dans un tableau comme vu précédemment occupant les indices 0 à  $i$  inclus. Comment insérer un élément supplémentaire dans l'arbre en conservant la propriété de tas, et en occupant maintenant les indices 0 à  $i + 1$  ? Écrivez l'algorithme correspondant.
2. On retire l'élément situé à la racine du tas, et on veut y insérer un nouvel élément en conservant la propriété de tas. Écrivez l'algorithme pour ce faire.

### 1.3 Un tri tas

1. Recollez les morceaux écrits jusqu'à maintenant pour obtenir une fonction de tri dont on analysera le coût en nombre de comparaisons ainsi que la place mémoire nécessaire.

## 2 Arbres équilibrés

On définit la hauteur d'un noeud notée  $h$  de façon inductive :

- La hauteur d'une feuille<sup>1</sup> comme valant 0 ;
- La hauteur d'un noeud ayant pour fils  $(g, d)$  est  $1 + \max(h(g), h(d))$ .

On dit qu'un arbre est équilibré si pour chaque noeud, l'écart de hauteur entre ses fils gauche et droit est au plus 1.

Quelle structure de données est adaptée pour manipuler des arbres équilibrés ?

1. On suppose que l'arbre est déséquilibré à un noeud. Faites un dessin et écrivez la fonction de rééquilibrage.
2. On suppose qu'on a un arbre binaire de recherche. Écrivez une fonction d'insertion qui conserve la propriété d'équilibre.

---

<sup>1</sup>un noeud sans fils.

### 3 Expressions arithmétiques

On considère les expressions arithmétiques formées à partir des éléments et opérations suivantes :

- les constantes réelles (`double` dans notre implémentation en  $\mathbb{C}$ ),
- les opérations élémentaires binaires  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ .
- la négation unaire que l'on écrira `_`.

1. Représentez l'arbre de l'expression arithmétique  $(6 * 7) - (125 / (3 + 2))$ .
2. Réécrivez cette expression en notation préfixe<sup>2</sup>, puis en notation postfixe<sup>3</sup>.
3. Écrivez les structures de données permettant de manipuler des arbres d'expressions tels celui de la question 1.
4. Écrivez une fonction calculant la valeur d'une expression arithmétique donnée par sa représentation en arbre.
5. Écrivez une fonction qui crée l'arbre d'une expression arithmétique donnée en notation préfixe.
6. Écrivez une fonction qui crée l'arbre d'une expression arithmétique donnée en notation postfixe.

---

<sup>2</sup>l'opérateur précède ses opérandes.

<sup>3</sup>l'opérateur suit ses opérandes.